

﴿ الاختبار الثاني في مادة الرياضيات ﴾

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

(1) أكتب $\frac{273}{315}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

(2) أكتب F على الشكل $a\sqrt{3} + b$ حيث a و b عددان نسبيان و : $F = \sqrt{48} - 2\sqrt{108} + 3\sqrt{4}$

(3) بين أن النسبة $\frac{-8\sqrt{3}+6}{\sqrt{3}}$ تساوي $-8 + 2\sqrt{3}$

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة L حيث : $L = 25x^2 - 16 - (3x + 6)(5x - 4)$

(1) أنشر وبسط العبارة L .

(2) تأكد بالتحليل أن : $L = (5x - 4)(2x - 2)$

(3) حل المعادلة : $L = 0$

التمرين الثالث: (03 نقاط) [وحدة الطول هي السنتيمتر ، تدور كل الأطوال الى $[0,1]$

الشكل المقابل غير مرسوم بأطوال حقيقية ،

المستقيمان (BK) و (FC) متعامدان في N .

(1) بين أن : $BN = 4,8 \text{ cm}$

(2) أحسب الطول BC

(3) بين أن : $(CK) // (BF)$ علماً أن $NK = 9,6$

التمرين الرابع: (03 نقاط)

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ووحدة الطول هي cm .

(1) علم النقط : $A(1; 3)$ ، $B(4; 1)$ ، $C(-2; 1)$

(2) أحسب القيمة المضبوطة للطول AC

(3) عين النقطة D صورة B بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AC} .

(4) بين نوع الرباعي $ABDC$ علماً أن $CD = \sqrt{13}$.

- أحسب احداثيتي النقطة H مركز تناظر الرباعي $ABDC$.

الجزء الثاني: (08 نقاط)

الوضعية الإدماجية :

في إطار برنامج الدعم الفلاحي ، استفاد الجد حسين من قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها يساوي ثُمْنِي $\left(\frac{2}{8}\right)$ عرضها ومحيطها يساوي 160 m .
- اوجد بُعدي هذه القطعة.

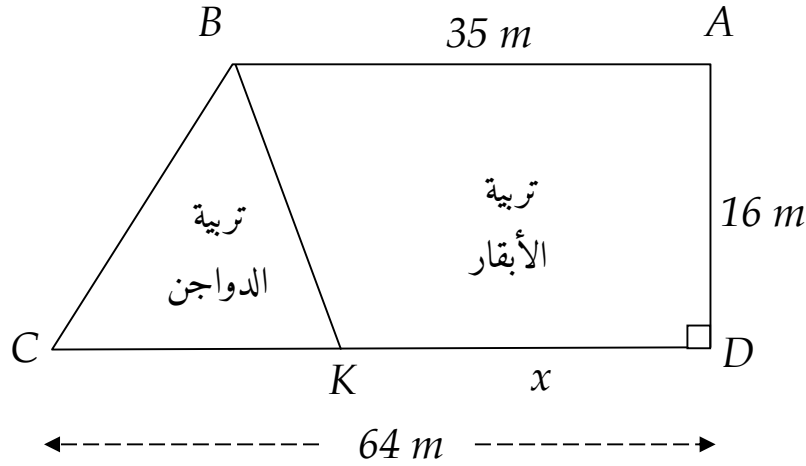
الجزء 2 :

خصص الجد حسين جزء من هذه القطعة وهياها لتربية الأبقار والدواجن كما هو موضح في الشكل أسفله (الأطوال غير حقيقية).

نضع $x = [DK]$ (K نقطة من $[DC]$) ، S_1 : المساحة المخصصة لتربية الأبقار ، S_2 : المساحة المخصصة لتربية الدواجن .



- (1) عبر بدلالة x عن المساحتين S_1 و S_2 .
- (2) أوجد قيمة x حتى تكون المساحة S_1 تساوي ضعف المساحة S_2 .
- (3) ما هو عدد الأبقار وعدد الدواجن إذا علمت أن عدد رؤوسها 270 وعدد أرجلها 640 .



ملاحظات:

- مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الصغرى} + \text{القاعدة الكبرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$
- استعمل لوناً واحداً للكثافة والتسطير الأزرق أو الأسود فقط.

العلامة		
المجموع	مجزأة	
03,5		<p>التمرين الأول: (3,5 نقطة)</p> <p>(1) كتابة $\frac{273}{315}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال: نحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 273 و 315 . $315 = 273 \times 1 + 42$ $273 = 42 \times 6 + 21$ $42 = 21 \times 2 + 00$ إذن : $\text{pgcd}(315 ; 273) = 21$</p> $\frac{273}{315} = \frac{273 \div 21}{315 \div 21} = \frac{13}{15}$ <p>(2) كتابة F على الشكل $a\sqrt{3} + b$ حيث a و b عددان نسييان :</p> $F = \sqrt{48} - 2\sqrt{108} + 3\sqrt{4}$ $F = \sqrt{16 \times 3} - 2\sqrt{36 \times 3} + 3 \times 2$ $F = 4\sqrt{3} - 2 \times 6\sqrt{3} + 6$ $F = (4 - 12)\sqrt{3} + 6 = -8\sqrt{3} + 6$ <p>(3) نبين أن النسبة $\frac{-8\sqrt{3}+6}{\sqrt{3}}$ تساوي $-8 + 2\sqrt{3}$:</p> $\frac{-8\sqrt{3} + 6}{\sqrt{3}} = \frac{(-8\sqrt{3} + 6) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{-8\sqrt{3} \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times 6}{3}$ $= \frac{-8 \times 3 + 3 \times 2\sqrt{3}}{3} = \frac{3(-8 + 2\sqrt{3})}{3} = -8 + 2\sqrt{3}$
		<p>التمرين الثاني: (03 نقاط)</p> <p>لتكن العبارة L حيث :</p> $L = 25x^2 - 16 - (3x + 6)(5x - 4)$ <p>(1) نشر وتبسيط العبارة L :</p> $L = 25x^2 - 16 - (3x + 6)(5x - 4)$ $L = 25x^2 - 16 - [15x^2 - 12x + 30x - 24]$ $L = 25x^2 - 16 - 15x^2 + 12x - 30x + 24$ $L = 10x^2 - 18x + 8$ <p>(2) التأكد بالتحليل أن: $L = (5x - 4)(2x - 2)$:</p> $L = 25x^2 - 16 - (3x + 6)(5x - 4)$ $L = (5x)^2 - 4^2 - (3x + 6)(5x - 4)$ $L = (5x - 4)(5x + 4) - (3x + 6)(5x - 4)$
03		

$$L = (5x - 4)[(5x + 4) - (3x + 6)]$$

$$L = (5x - 4)(5x + 4 - 3x - 6)$$

$$L = (5x - 4)(2x - 2)$$

(3) حل المعادلة : $L = 0$ أي : $(5x - 4)(2x - 2) = 0$

$$\begin{cases} 5x - 4 = 0 \\ 5x = 4 \\ x = \frac{4}{5} \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ 2x = 2 \\ x = \frac{2}{2} = 1 \end{cases} \quad \text{معناه :}$$

للمعادلة حلان هما : 1 و $\frac{4}{5}$

التمرين الثالث: (03 نقاط)

(1) نبين أن : $BN = 4,8 \text{ cm}$

بتطبيق خاصية فيثاغورس على المثلث BNF القائم في N نجد:

$$BF^2 = NF^2 + NB^2$$

$$8^2 = 6,4^2 + NB^2$$

$$NB^2 = 64 - 40,96 = 23,04$$

$$NB = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ cm}$$

(2) حساب الطول BC بالتدوير الى $0,1$:

في المثلث BCN القائم في N لدينا:

$$\sin \widehat{BCN} = \frac{BN}{BC}$$

$$\sin 20,5^\circ = \frac{4,8}{BC}$$

$$BC = \frac{4,8}{\sin 20,5^\circ} \approx 13,7 \text{ cm}$$

(3) نبين أن : $NK = 9,6 \text{ cm}$ علماً أن $(CK) \parallel (BF)$

نحسب أولاً CN :

في المثلث BCN القائم في N لدينا :

$$\tan \widehat{BCN} = \frac{BN}{CN} \quad ; \quad CN = \frac{4,8}{\tan 20,5^\circ} \approx 12,8 \text{ cm}$$

لدينا :

$$\frac{NB}{NC} = \frac{6,4}{12,8} = 0,5 \quad \dots \quad (1)$$

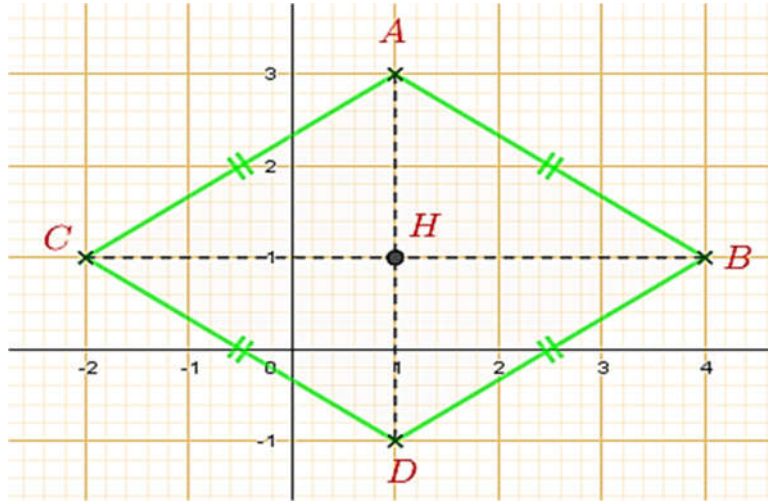
$$\frac{NB}{NK} = \frac{4,8}{9,6} = 0,5 \quad \dots \quad (2)$$

من (1) و (2) نلاحظ أن : $\frac{NB}{NC} = \frac{NB}{NK}$ والنقط C ، F ، N في استقامة

وكذلك النقط N ، B ، K و بنفس الترتيب ينتج حسب خاصية طالس

العكسية أن المستقيمين (BF) و (CK) متوازيان.

(1) تعليم النقط : $A(1 ; 3)$ ، $B(4 ; 1)$ ، $C(-2 ; 1)$ ، $D(1 ; -1)$



(2) حساب القيمة المضبوطة للطول AC :

$$AC = \sqrt{(x_c - x_A)^2 + (y_c - y_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (1 - 3)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2}$$

$$AC = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

(3) تعيين النقطة D صورة B بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{AC} :

نعين بالمدور النقطة D بحيث يكون الرباعي ABDC متوازي أضلاع.

(4) نبين نوع الرباعي ABDC علماً أن $CD = \sqrt{13}$:

لدينا النقطة D صورة B بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{AC} ينتج الرباعي ABDC متوازي أضلاع ، وبما أن $AC = CD$ إذن الرباعي ABDC معين (المعين هو متوازي أضلاع فيه كل ضلعين متتاليين متقايسين)

- حساب احداثيتي النقطة H مركز تناظر الرباعي ACBD :

نحسب احداثيتي H منتصف [BC]

$$y_H = \frac{y_B + y_C}{2} \quad \text{و} \quad x_H = \frac{x_B + x_C}{2}$$

$$y_H = \frac{1 + (-2)}{2} \quad \text{و} \quad x_H = \frac{4 + (-2)}{2}$$

$$H(1 ; 1) \quad \text{ومنه} \quad y_H = 1 \quad \text{و} \quad x_H = 1$$

نرمز للطول بـ x : إذن العرض هو : $\frac{2}{8}x$

محيط القطعة يساوي $160 m$ أي : $(x + \frac{2}{8}x) \times 2 = 160$

أي : $2x + \frac{4}{8}x = 160$ ومنه : $\frac{16}{8}x + \frac{4}{8}x = 160$ إذن : $\frac{20}{8}x = 160$

ومنه $x = 160 \times \frac{8}{20}$ أي $x = 64 m$

- طول القطعة هو $64 m$

- عرض القطعة هو $16 m$ $\frac{2}{8} \times 64 = 16 m$

الجزء 2 :

(1) التعبير بدلالة x عن المساحة S_1 :

$$S_1 = \frac{(KD + AB) \times AD}{2} = \frac{(x + 35) \times 16}{2} = \frac{16x + 560}{2}$$

$$S_1 = 8x + 280$$

التعبير بدلالة x عن المساحة S_2 :

$$S_2 = \frac{KC \times AD}{2} = \frac{(64 - x) \times 16}{2} = \frac{1024 - 16x}{2}$$

$$S_2 = 512 - 8x$$

(2) إيجاد قيمة x حتى تكون المساحة S_1 ضعف المساحة S_2 :

$$S_1 = 2S_2$$

$$8x + 280 = 2(512 - 8x)$$

$$8x + 16x = 1024 - 280$$

$$24x = 744$$

$$x = \frac{744}{24} = 31$$



قيمة x التي تكون من أجلها المساحة S_1 ضعف المساحة S_2 هي $31 m$

(3) إيجاد عدد الأبقار وعدد الدواجن :

نفرض عدد الأبقار هو x وعدد الدجاج هو y

بما أن عدد الرؤوس هو 270 يعني : $x + y = 270$ وبما أن عدد الأرجل هو 640

فإن : $4x + 2y = 640$ أي $2x + y = 320$

وعليه لإيجاد عدد الأبقار وعدد الدواجن يجب حل الجملة : $\begin{cases} x + y = 270 \dots 1 \\ 2x + y = 320 \dots 2 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة 1 في العدد (-1) ثم جمع المعادلتين طرفاً لطرف نجد :

$$x = 50 \text{ ومنه } -x = -50 \text{ أي } X - 2x = 270 - 320$$

بتعويض x بالعدد 50 في المعادلة 1 نجد : $50 + y = 270$ أي $x = 220$

وعليه عدد الأبقار هو 50 وعدد الدواجن هو 220